Fach: Mathematik
Prüfungsart: 1./2. Prüfungsfach
Dauer: 5 Stunden
Hilfsmittel: Zugelassener Taschenrechner, zugelassene Formelsammlung

---

Die Aufgabenstellung umfasst 4 Seiten.

Aufgabe 1

1. Gegeben ist die Funktionenschar $f_a : IR \to IR, \quad x \mapsto x^2 \cdot e^{1-\frac{x}{a}} \quad , \quad a \in IR \setminus \{0\}$.

1.1 Bestätigen Sie, dass für den Funktionsterm der 2. Ableitung gilt:

$$f_a{}''(x) = e^{1-\frac{x}{a}} \cdot \left(\frac{x^2}{a^2} - \frac{4x}{a} + 2 \right) \quad , \quad x \in IR$$

1.2 Zeigen Sie, dass zwei verschiedene Funktionen der Schar stets genau einen Punkt gemeinsam haben.

1.3 Untersuchen Sie das Schaubild von f_a auf Schnittpunkte mit der x-Achse und auf Extrempunkte. (Zur Kontrolle: Maximumstelle bei 2a)

1.4 Berechnen Sie die Gleichung der Ortskurve, auf der alle Hochpunkte der Schar liegen.

1.5 Zeigen Sie, dass bei jeder Scharkurve die Maximumstelle in der Mitte zwischen den beiden Wendestellen liegt.

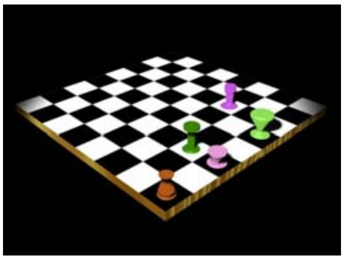
1.6 Untersuchen Sie das Grenzverhalten von f_a in Abhängigkeit von a an den Rändern der Definitionsmenge.

1.7 Bestimmen Sie die Funktion der Schar, deren Graph an der Stelle 2 eine Tangente besitzt, die parallel zur x-Achse verläuft.

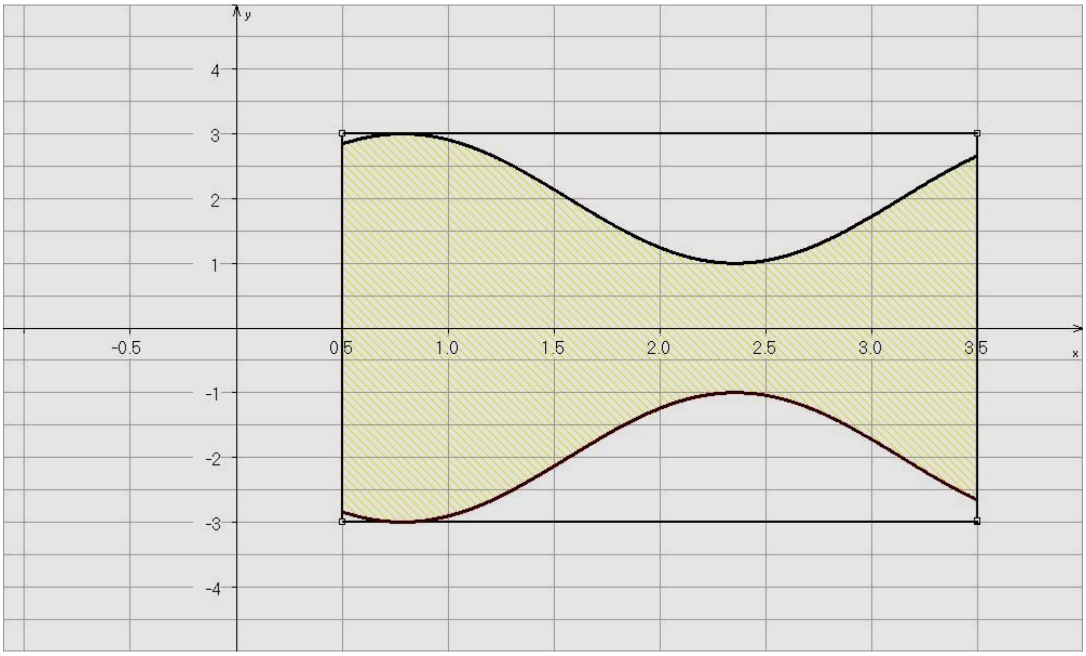
1.8 Skizzieren Sie mit den Informationen aus den vorhergehenden Aufgabenteilen ohne weitere Diskussion das Schaubild von f_1.

1.9 Zeigen Sie durch partielle Integration, dass eine Stammfunktion zu f_1 die Gleichung $F_1(x) = \left(-x^2 - 2x - 2\right) \cdot e^{1-x}$ hat.
Berechnen Sie die Maßzahl der ins Unendliche reichenden Fläche, die vom Graph der Funktion f_1 und der positiven x-Achse begrenzt wird.

2. Schach und matt



In untenstehender Abbildung ist der Querschnitt einer bezüglich der x-Achse rotationssymmetrischen, massiven Schachfigur gegeben. Der obere Rand des Querschnitts ist der Graph einer Funktion h mit $h(x) = \sin(ax) + b$, wobei $x \in [0{,}5;3{,}5]$ und $a,b \in IR$ ist. Die Schachfigur wird aus einem Holzzylinder hergestellt. Der Querschnitt des Zylinders ist ebenfalls in der Abbildung dargestellt.



2.1 Berechnen Sie a und b so, dass die abgebildete Figur an der Stelle $x = \frac{\pi}{4}$ am breitesten ist.

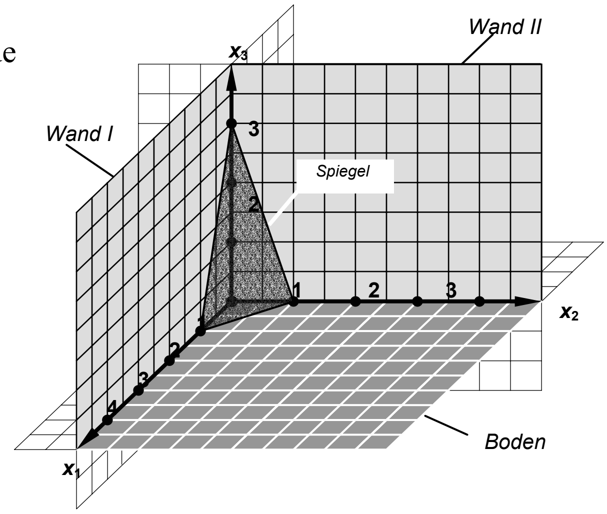
2.2 Bestimmen Sie für a = 2 und b = 2 das Volumen der Schachfigur.

<u>Hinweis</u>:
Eine Stammfunktion zu f mit $f(x) = \sin^2(x)$ ist F mit $F(x) = \frac{1}{2}(\, x - \sin(x)\cos(x)\,)$, $x \in IR$.

Aufgabe 2:

1. In der Ecke eines großen Museumsraumes wurde für eine Kunstinstallation entsprechend nebenstehender Darstellung ein dreieckiger Spiegel eingebaut.

Das abgebildete Koordinatensystem soll der folgenden Aufgabe zu Grunde liegen.



1.1 Stellen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene e auf, in der der Spiegel liegt.
[mögliches Ergebnis: $3 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + x_3 - 3 = 0$]

1.2. Berechnen Sie das Maß des Winkels, um den der Spiegel gegen den Boden geneigt ist.
Welchen Abstand hat der Spiegel von der Raumecke?

1.3 Wie groß ist das Volumen des Körpers, der in der Ecke durch den Spiegel vom Raum abgetrennt wird?

1.4 An der seitlichen Wand I ist im Punkt $P(4|0|\frac{1}{2})$ ein Laser angebracht, der einen feinen Lichtstrahl aussendet. Er ist so eingestellt, dass sein Strahl parallel zum Boden schräg auf den Spiegel fällt.

Sein Verlauf kann durch den Richtungsvektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} -22 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ beschrieben werden.

1.4.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes S, in dem der Lichtstrahl auf die Ebene e trifft.
[zur Kontrolle: $S(\frac{1}{3}|\frac{1}{2}|\frac{1}{2})$]

1.4.2 Begründen Sie, dass S auf der Spiegelfläche liegt.

1.4.3 Die Gerade durch die Punkte P und S wird an der Ebene e gespiegelt; bestimmen Sie die Gleichung dieser Spiegelgeraden.

2. Zwei Schüler A und B unterhalten sich über die Eigenschaften dreier Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ aus $\mathbb{R}^3$, die alle verschieden vom Nullvektor sind.

Schüler A behauptet: „Wenn bei den drei Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ jeder zu jedem anderen orthogonal ist, dann sind sie auch linear unabhängig voneinander.“

Schüler B behauptet: „Es genügt bereits, wenn $\vec{a} \perp \vec{b}$ und $\vec{b} \perp \vec{c}$ ist; dann sind $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ linear unabhängig.“

Zeigen Sie: Schüler A hat Recht, und Schüler B irrt sich.

Aufgabe 3

1. Am Straßenrand sind genau 4 Stellplätze für Personenkraftwagen vorhanden und markiert. Arno, Bert, Christine und Doris parken in zufälliger Reihenfolge mit ihrem PKW am Straßenrand in Fahrtrichtung hintereinander.

1.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass zwischen Arno und Bert genau ein anderes Fahrzeug parkt.

1.2 Jeder Fahrer und jede Fahrerin lesen den Kilometerstand ihres Fahrzeugs ab und notieren sich die Einerziffer des Kilometerzählers.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
N: Alle Kilometerzähler zeigen die Einerziffer Null.
E: Alle Kilometerzähler zeigen die gleiche Einerziffer.
V: Alle Kilometerzähler zeigen verschiedene Einerziffern.

2. Bei der Produktion von Autoreifen sind erfahrungsgemäß 3% aller Reifen fehlerhaft.

2.1 Vor dem Versand werden 10 Reifen zufällig herausgegriffen und überprüft.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: Mindestens ein Reifen ist fehlerhaft.
B: Höchstens zwei Reifen sind fehlerhaft.

2.2 Berechnen Sie die Anzahl der Reifen, die man mindestens herausgreifen muss, damit mit mehr als 95%iger Wahrscheinlichkeit mindestens ein fehlerhafter Reifen dabei ist.

2.3 Ein Reifen gilt als fehlerhaft, wenn das Ereignis D oder das Ereignis G eintreten:
D: „Die Drahtarmierung des Reifens ist schadhaft."
G: „Der Gummianteil des Reifens ist fehlerhaft."
Beide Ereignisse sind voneinander unabhängig; die Wahrscheinlichkeit für D ist 1,5 %.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis G.

2.4 Aus der Produktion werden 600 Reifen herausgegriffen. Die Zufallsgröße X beschreibe die Anzahl der fehlerhaften Reifen und sei binomialverteilt.
Schätzen Sie mit Hilfe der Ungleichung von Tschebyscheff ab, wie groß die Zahl der fehlerhaften Reifen mit mindestens 90%iger Wahrscheinlichkeit höchstens ist.

3. Eva bietet Adam ein Spiel an: Ein Würfel, bei dem die Zahl Sechs mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,1 fällt, wird zweimal geworfen.
Adam beginnt jedes einzelne Spiel mit dem gleichen Startkapital 18 € und würfelt zweimal. Fällt eine Sechs, verdoppelt sich jeweils sein augenblickliches Kapital, andernfalls zahlt er 2 € an Eva.

Mit welchem Endkapital kann Adam auf lange Sicht rechnen?

Fach: **Mathematik**

Prüfungsart: **3. Prüfungsfach**

Dauer: **$3\frac{1}{2}$ Stunden**

Hilfsmittel: **Zugelassener Taschenrechner, zugelassene Formelsammlung**

Die Aufgabenstellung umfasst 3 Seiten.

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktionenschar $f_a : IR \to IR, \quad x \mapsto x^2 \cdot e^{1-\frac{x}{a}} \; , \quad a \in IR \setminus \{0\}$.

1. Bestätigen Sie, dass für den Funktionsterm der 2. Ableitung gilt:

$$f_a''(x) = e^{1-\frac{x}{a}} \cdot \left(\frac{x^2}{a^2} - \frac{4x}{a} + 2 \right) \quad , \quad x \in IR$$

2. Untersuchen Sie das Schaubild von f_a auf Schnittpunkte mit der x-Achse und auf Extrempunkte. (Zur Kontrolle: Maximumstelle bei 2a)

3. Zeigen Sie, dass bei jeder Scharkurve die Maximumstelle in der Mitte zwischen den beiden Wendestellen liegt.

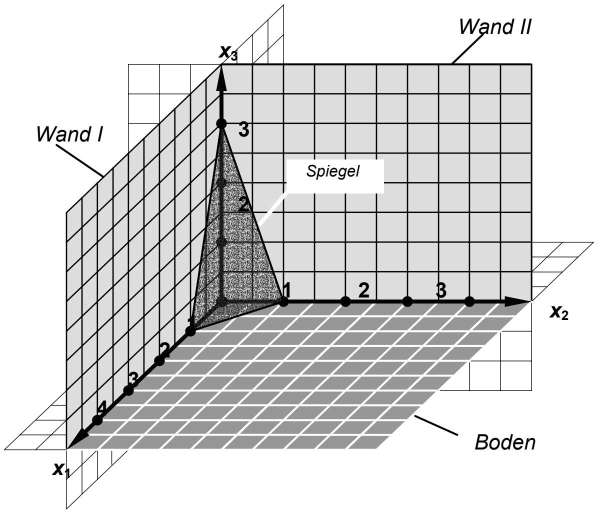
4. Untersuchen Sie das Grenzverhalten von f_a in Abhängigkeit von a an den Rändern der Definitionsmenge.

5. Bestimmen Sie die Funktion der Schar, deren Graph an der Stelle 2 eine Tangente besitzt, die parallel zur x-Achse verläuft.

6. Skizzieren Sie mit den Informationen aus den vorhergehenden Aufgabenteilen ohne weitere Diskussion das Schaubild von f_1.

7. Zeigen Sie durch partielle Integration, dass eine Stammfunktion zu f_1 die Gleichung $F_1(x) = \left(-x^2 - 2x - 2\right) \cdot e^{1-x}$ hat.
   Berechnen Sie die Maßzahl der ins Unendliche reichenden Fläche, die vom Graph der Funktion f_1 und der positiven x-Achse begrenzt wird.

Aufgabe 2



In der Ecke eines großen Museumsraumes wurde für eine Kunstinstallation entsprechend nebenstehender Darstellung ein dreieckiger Spiegel eingebaut.

Das abgebildete Koordinatensystem soll der folgenden Aufgabe zu Grunde liegen.

1. Stellen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene e auf, in der der Spiegel liegt.
   [mögliches Ergebnis: $3 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + x_3 - 3 = 0$]

2. Berechnen Sie das Maß des Winkels, um den der Spiegel gegen den Boden geneigt ist.
   Welchen Abstand hat der Spiegel von der Raumecke?

3. An der seitlichen Wand I ist im Punkt $P(4|0|\frac{1}{2})$ ein Laser angebracht, der einen feinen Licht strahl aussendet. Er ist so eingestellt, dass sein Strahl parallel zum Boden schräg auf den Spiegel fällt.
   Sein Verlauf kann durch den Richtungsvektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} -22 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ beschrieben werden.

3.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes S, in dem der Lichtstrahl auf die Ebene e trifft.
[zur Kontrolle: $S(\frac{1}{3}|\frac{1}{2}|\frac{1}{2})$]

3.2 Begründen Sie, dass S auf der Spiegelfläche liegt.

3.3 Die Gerade durch die Punkte P und S wird an der Ebene e gespiegelt; bestimmen Sie die Gleichung dieser Spiegelgeraden.

<u>Aufgabe 3</u>

1. Am Straßenrand sind genau 4 Stellplätze für Personenkraftwagen vorhanden und markiert. Arno, Bert, Christine und Doris parken in zufälliger Reihenfolge mit ihrem PKW am Straßenrand in Fahrtrichtung hintereinander.

1.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass zwischen Arno und Bert genau ein anderes Fahrzeug parkt.

1.2 Jeder Fahrer und jede Fahrerin lesen den Kilometerstand ihres Fahrzeugs ab und notieren sich die Einerziffer des Kilometerzählers.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

E: Alle Kilometerzähler zeigen die gleiche Einerziffer.
V: Alle Kilometerzähler zeigen verschiedene Einerziffern.

2. Bei der Produktion von Autoreifen sind erfahrungsgemäß 3% aller Reifen fehlerhaft.

2.1 Vor dem Versand werden 10 Reifen zufällig herausgegriffen und überprüft.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

A: Mindestens ein Reifen ist fehlerhaft.
B: Höchstens zwei Reifen sind fehlerhaft.

2.2 Ein Reifen gilt als fehlerhaft, wenn das Ereignis D oder das Ereignis G eintreten:
D: „Die Drahtarmierung des Reifens ist schadhaft.“
G: „Der Gummianteil des Reifens ist fehlerhaft.“
Beide Ereignisse sind voneinander unabhängig; die Wahrscheinlichkeit für D ist 1,5 %.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis G.

2.3 Aus der Produktion werden 600 Reifen herausgegriffen. Die Zufallsgröße X beschreibe die Anzahl der fehlerhaften Reifen und sei binomialverteilt.

Schätzen Sie mit Hilfe der Ungleichung von Tschebyscheff ab, wie groß die Zahl der fehlerhaften Reifen mit mindestens 90%iger Wahrscheinlichkeit höchstens ist.

Fach: **Mathematik**
Prüfungsart: **3. Prüfungsfach – Abendgymnasium**
4. Prüfungsfach – Freie Waldorfschule
Dauer: **3,5 Stunden**
Hilfsmittel: **Zugelassener Taschenrechner, zugelassene Formelsammlung**

Die Aufgabenstellung umfasst 3 Seiten.

Aufgabe 1

Gegeben sei die Funktionenschar $f_a : D \to \mathrm{IR};\ x \mapsto \dfrac{6x + a}{3x^2 - 6x + 4} \quad (a \in \mathrm{IR})$.

1. Zeigen Sie, dass keine Funktion der Schar Polstellen besitzt.

2. Bestimmen Sie den Parameter a so, dass der Funktionsgraph von f_a die x-Achse an der Stelle $x_0 = 1$ schneidet.

3. Diskutieren Sie die Funktion $f : D \to \mathrm{IR};\ x \mapsto \dfrac{6x - 6}{3x^2 - 6x + 4}$.

   $$\left[\text{Zur Kontrolle: } f''(x) = 108 \cdot \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{\left(3x^2 - 6x + 4\right)^3} \right]$$

4. Der Graph von f schneidet die Koordinatenachsen in den Punkten S_x und S_y. Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden, die durch diese beiden Punkte geht.

5. Zeigen Sie, dass die drei Wendepunkte des Graphen von f auf einer Geraden liegen.

6. Der Graph von f und die Gerade g: $y = 1{,}5x - 1{,}5$, $x \in \mathrm{IR}$, schließen im 1. Quadranten eine Fläche ein.
   Berechnen Sie deren Maß.

Aufgabe 2

Gegeben seien die Ebene $e: \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} \circ \vec{x} - 81 = 0$ sowie die Punkte $A(8\,|\,4\,|\,-10)$, $B(-12\,|\,-6\,|\,15)$ und $C(15\,|\,5\,|\,-1)$.

1. Zeigen Sie, dass die drei Punkte A, B und C nicht auf einer Geraden liegen.

2. Überprüfen Sie, ob das Dreieck Δ ABC spitzwinklig ist.

3. Weisen Sie nach, dass der Punkt C in e liegt.

4. Die Punkte A und B liegen auf einer Geraden g. Ermitteln Sie die gegenseitige Lage der Geraden g und der Ebene e und bestimmen Sie den Schnittpunkt bzw. den Abstand von g und e.

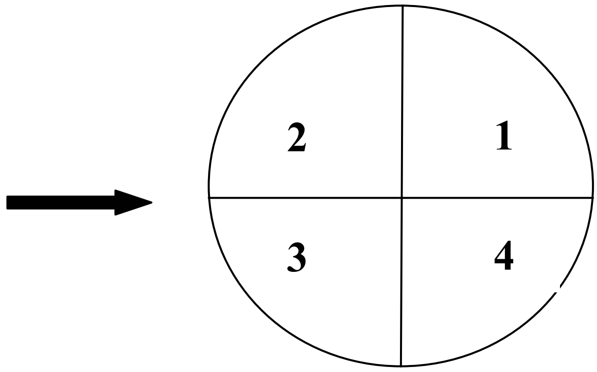
5. Die Gerade g wird an der Ebene e gespiegelt.
   Ermitteln Sie eine Gleichung dieser Spiegelgeraden h.

6. Begründen Sie, dass der Nullpunkt $O(0\,|\,0\,|\,0)$ auf der Geraden g liegt und geben Sie an, in welchem Verhältnis O die Strecke $\overline{AB}$ teilt.

7. Die Punkte A, B und C liegen in einer Ebene e_1. Geben Sie – möglichst ohne Rechnung – eine Gleichung der Schnittgeraden der Ebenen e und e_1 an.

Aufgabe 3

Das nebenstehende Glücksrad lässt sich um seinen Mittelpunkt drehen.
Es ist in vier gleich große Felder geteilt, die durch die Zahlen 1, 2, 3 und 4 gekennzeichnet sind.
Nach dem Drehen des Rades zeigt der Pfeil immer genau auf ein Feld und bestimmt dadurch die entsprechende Zahl.
Alle Zahlen treten mit derselben Wahrscheinlichkeit auf.



1. Beim ersten Spiel wird zweimal gedreht. Betrachten Sie folgende Ereignisse:

A: Die Zahl, die man bei der ersten Drehung erhält, ist kleiner als 3, die Zahl bei der zweiten Drehung ist ungerade.
B: Die Summe der beiden angezeigten Zahlen ist ungerade.
C: Die Summe der beiden angezeigten Zahlen beträgt mindestens 6.

1.1 Geben Sie eine geeignete Ergebnismenge Ω an und berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A, B, C, B oder C, weder B noch C.

1.2 Untersuchen Sie die Ereignisse A und B sowie A und C auf Abhängigkeit.

2. Ein zweites Spiel besteht im dreimaligen Drehen des Glücksrades. Man gewinnt, wenn 3 gleiche oder 3 verschiedene Zahlen auftreten.

2.1 Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt man ein Spiel? (Zur Kontrolle: p = 0,4375)

2.2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei 4 Spielen öfter zu gewinnen als zu verlieren?

2,3 Wie oft muss man spielen, um mit mindestens 95%iger Wahrscheinlichkeit wenigstens ein Spiel zu gewinnen?

2.4 Wie groß muss bei einem beliebigen Spiel die Gewinnwahrscheinlichkeit mindestens sein, damit ein Spieler bei 5 Spielen mit mehr als 95 % Wahrscheinlichkeit wenigstens einmal gewinnt?

Fach:	**Mathematik**
Prüfungsart:	**3. Prüfungsfach – Abendgymnasium**
	4. Prüfungsfach – Freie Waldorfschule
Dauer:	**3,5 Stunden**
Hilfsmittel:	**Zugelassener Taschenrechner, zugelassene Formelsammlung**

Die Aufgabenstellung umfasst 3 Seiten.

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktionenschar $f_a : D \to IR, x \mapsto \dfrac{4x^2}{x^2 - 4x + a} \quad a \in IR \setminus \{0\}$.

1. Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge D in Abhängigkeit von a.

2. Untersuchen Sie die Anzahl der Extremstellen der Funktionen f_a in Abhängigkeit von a.

3. Bestimmen Sie die Gleichung der gemeinsamen Asymptote aller Funktionen der Schar. Welche Funktionen schneiden die Asymptote an der Stelle 1?

4. Diskutieren Sie die Funktion $f : D \to IR, x \mapsto \dfrac{4x^2}{x^2 - 4x + 4}$.

   (Zur Kontrolle: $f''(x) = \dfrac{32x + 32}{(x-2)^4}$)

5. Zeigen Sie: Die Funktion $f : D \to IR, x \mapsto \dfrac{4x^2}{x^2 - 4x + 4}$ lässt sich darstellen in der Form

   $$f(x) = 4 + \frac{16}{x-2} + \frac{16}{(x-2)^2} \qquad x \in D.$$

6. Der Graph von f und die Asymptote schließen im Intervall $[3;6]$ eine Fläche ein. Berechnen Sie deren Maß.

Fach:	**Mathematik**
Prüfungsart:	**3. Prüfungsfach – Abendgymnasium**
	4. Prüfungsfach – Freie Waldorfschule
Dauer:	**3,5 Stunden**
Hilfsmittel:	**Zugelassener Taschenrechner, zugelassene Formelsammlung**

Aufgabe 2

Gegeben sind die Punkte A(3/-2/1), B(3/3/1), C(6/3/5) und S_k(3k-3/3-5k/4k+5,5). $k \in IR$.

1. Stellen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene durch die Punkte A, B und C auf.

2. Zeigen Sie, dass alle Punkte S_k auf einer Geraden liegen.

3. Zeigen Sie, dass die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 5{,}5 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}, \lambda \in IR$ parallel zur Ebene

   e: $-4x_1 + 3x_3 + 9 = 0$ verläuft und berechnen Sie ihren Abstand von e.

4. Bestimmen Sie die Gleichung der Spiegelgeraden von g an der Ebene e.

5. Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC gleichschenklig und rechtwinklig ist.
   Bestimmen Sie einen Punkt D so, dass A, B, C und D die Eckpunkte eines Quadrates sind.

6. Zeigen Sie, dass es einen Punkt S auf g gibt, so dass die Verbindungsgerade von S mit dem Mittelpunkt der Strecke $\overline{AC}$ senkrecht zu e verläuft. Bestimmen Sie die Koordinaten von S.

7. Berechnen Sie das Volumen der durch die Punkte A, B, C, D und S(-1,5/0,5/7,5) festgeleg-ten quadratischen Pyramide.

   <u>Hinweis</u>: Für das Volumen einer Pyramide mit der Grundfläche G und der Höhe h gilt:
   $V = \frac{1}{3} G \cdot h$

8. Welchen Winkel bildet eine Seitenkante der Pyramide mit der Diagonalen der Grundfläche?

Aufgabe 3

Eine Gruppe von 20 Schülerinnen und 10 Schülern beschließt, ein Skisportwochenende am Feldberg zu verbringen. Hierzu quartieren sie sich in der ganz in der Nähe gelegenen Jugendherberge ein.

1. Zuerst werden die Zimmer belegt. Für die Mädchen stehen fünf Viererzimmer, für die Jungen ein Vierer- und zwei Dreierzimmer zur Verfügung.
   Wie viele Möglichkeiten der Zimmerbelegung gibt es für die Mädchen, wie viele für die Jungen?

2. Nach der Zimmerbelegung gibt es ein warmes Essen. Sechs der 30 Gruppenmitglieder sind Vegetarier. Dies wurde vorab der Jugendherberge mitgeteilt. Alle setzen sich an die Tische und das Essen wird aufgetragen. Dabei werden die 24 Fleischgerichte und die sechs Vegetarierteller wahllos verteilt.
   Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhalten
   (a) alle Vegetarier einen Teller mit vegetarischem Essen;
   (b) alle Vegetarier einen Teller mit einem Fleischgericht?

3. Die Gruppe besteht je zur Hälfte aus fortgeschrittenen Skifahrern und aus Anfängern. Für Anfänger ist das Schleppliftfahren nicht ganz einfach, und so fallen ca. 20 % beim ersten Mal aus dem Lift.
   Mit welcher Wahrscheinlichkeit bewältigen alle 15 Anfänger ihre erste Liftfahrt ohne Probleme?

4. Nun sind alle auf dem Berg. Erfahrungsgemäß wird ein Anfänger die Abfahrt mit einer Wahrscheinlichkeit von 1% ohne zu stürzen überstehen, während ein Fortgeschrittener mit 90%iger Wahrscheinlichkeit eine sturzfreie Abfahrt schafft.
   Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei der Abfahrt
   (a) alle Anfänger stürzen;
   (b) mindestens ein Fortgeschrittener stürzt.

5. Das Skiwochenende geht zu Ende und zum Abschluss fahren alle in einer langen Schlange hintereinander den Berg hinunter.
   Auf wie viele Arten können sich die 30 Personen zu einer Schlange formieren?